

# 针栓式喷注器液膜下漏率预估模型

王 凯<sup>1</sup>, 雷凡培<sup>2</sup>, 杨岸龙<sup>1</sup>, 杨宝娥<sup>1</sup>, 周立新<sup>1</sup>

(1. 中国航天科技集团公司 西安航天动力研究所

液体火箭发动机技术重点实验室, 西安 710100;

2. 中国船舶集团有限公司, 北京 100044)

**摘 要:** 为了对针栓式喷注器液膜下漏率进行准确预测,基于针栓式喷注单元喷雾场结构分析,结合理论推导、数值仿真及试验研究3种方法建立了液膜液束各自变形的相对变形量模型;在考虑液膜液束变形的基础上,引入相互影响系数表征多喷注单元间相互影响,建立了实际阻塞率和实际下漏率模型。通过数值仿真及试验结果的多参数充分验证,结果表明:理论预估模型与数值仿真及试验结果一致性较好。液膜液束相互作用下,液膜绕液束流动和液束根部横截面前后缘位置移动不同步导致的展向变宽分别是液膜和液束发生变形的主因,且有效动量比越大,液膜相对变形越大,液束相对变形越小。对于一定阻塞率的几何结构,结果表明:下漏率随着有效动量比的增大而增大,增大趋势呈先快后缓,且实际下漏率均小于几何下漏率,这是由膜束变形导致的实际阻塞率比几何阻塞率更大造成的。另外,发现液膜下漏率仅与表征流场结构(有效动量比)及几何结构的无量纲参数(液膜厚度与液束直径之比和阻塞率)有关,与喷射速度的绝对值无关,并给出了模型中的常系数供工程设计预估使用,对从设计初期就考虑针栓头的热防护问题具有重要的指导意义。

**关 键 词:** 针栓式喷注器; 液膜液束撞击变形; 下漏率; 阻塞率; 有效动量比; 多喷注单元

**中图分类号:** V434.3

**文献标志码:** A

## Prediction model of leakage rate of liquid sheet in pintle injector

WANG Kai<sup>1</sup>, LEI Fanpei<sup>2</sup>, YANG Anlong<sup>1</sup>,

YANG Baoe<sup>1</sup>, ZHOU Lixin<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory for Liquid Rocket Engine Technology,

Xi'an Aerospace Propulsion Institute,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Xi'an 710100, China;

2. China State Shipbuilding Corporation Limited, Beijing 100044, China)

**Abstract:** In order to predict accurately the leakage rate of liquid sheet in pintle injector, the relative deformation models of a liquid sheet and a liquid jet were established, based on the analysis of a spray field structure of a pintle injector element, and by combining with three methods of theoretical derivation, numerical simulation and experimental research. Taking the deformation of liquid sheet and liquid jet into consideration, the models of actual blocking rate and actual leakage rate were established for the first time by introducing coefficient of interaction to characterize the interaction between multi-injector units. Through multi-parameter verification of the numerical simulation and experimental data, the results showed that the predicted values of theoretical model were consistent with the numerical sim-

**收稿日期:** 2020-03-29

**基金项目:** 国家自然科学基金(11502186)

**作者简介:** 王凯(1990—),男,博士生,主要从事液体火箭发动机喷雾燃烧技术研究。

**引用格式:** 王凯,雷凡培,杨岸龙,等. 针栓式喷注器液膜下漏率预估模型[J]. 航空动力学报,2020,35(10):2223-2234. WANG Kai, LEI Fanpei, YANG Anlong, et al. Prediction model of leakage rate of liquid sheet in pintle injector[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(10): 2223-2234.

ulation and experimental data. Under the interaction of liquid sheet and liquid jet, the main causes of the deformation of liquid sheet and liquid jet were respectively a flow of liquid sheet around liquid jet and a transverse broadening of the root section caused by an asynchronous movement of the position of the front and rear edges at the root of liquid jet. Besides, the larger effective momentum ratio meant the greater relative deformation of liquid sheet and the smaller relative deformation of liquid jet. For the geometry structure with a certain blocking rate, the results showed that the leakage rate increased with the increase of the effective momentum ratio, and the increasing trend was fast first and then slow. The actual leakage rate was less than the geometric leakage rate, because the actual blocking rate was larger than the geometric blocking rate due to the deformation of liquid sheet and liquid jet. In addition, it was found that the leakage rate was only related to the dimensionless parameters characterizing the flow field structure (effective momentum ratio) and the geometry structure (ratio of sheet thickness to jet diameter and blocking rate), independent of the absolute value of injection velocity. The constant coefficients in the model were given for the engineering design prediction, providing an important guiding significance for considering the thermal protection of pintle tip in the early stage of design.

**Key words:** pintle injector; impact and deformation between liquid sheet and liquid jet; leakage rate; blocking rate; effective impinging momentum ratio; multi-injector units

近年来随着以 Space X 为代表的商业航天公司的迅猛发展,国内外掀起了高性能、长寿命可重复使用的变推力液体火箭发动机技术研究的热潮。其中使用针栓式喷注器实现垂直软着陆成为一大技术热点和亮点,这是实现运载器重复使用和外行星探索的关键<sup>[1]</sup>。

针栓式发动机的研究已经有五、六十年的历史,也取得了丰硕成果,如著名的阿波罗登月舱下降发动机(LMDE)<sup>[2-3]</sup>、Space X 公司的 Merlin 1D 系列发动机<sup>[4-5]</sup>以及我国的月球探测器 CE-3 和 CE-4 用的 7500 N 针栓式发动机。然而与工程研制的辉煌成就相比,目前针栓式喷注器工作特性的理论研究尚不足,许多机理尚不清楚。在针栓式发动机的研制过程中,最突出的问题之一就是热防护难度大、烧蚀(针栓头部烧蚀、身部及喉部烧蚀)等。其中针栓头部烧蚀又是最常见的问题,也是目前发动机研制急需解决的问题。因此,在不降低燃烧性能的前提下,通过合理改变或组织喷雾过程来改善燃烧温度场分布是针栓头热防护的关键,这对于针栓式喷注器的开发以及设计技术研究来说具有重要的技术工程价值和指导意义。

针栓式喷注器是通过径向液束与轴向环形液膜呈 90°垂直撞击,从而使推进剂进行雾化混合<sup>[6]</sup>,如图 1 所示。目前关于液液针栓式喷注器的研究主要集中于雾化角、液滴粒径分布等雾化

特性参数及燃烧场参数随动量比、几何结构参数及流动工况参数的变化规律研究。代表性的研究主要有:TRW(Thompson Ramo Wooldridge)公司的研究表明雾化角对喷雾场的宏观结构和两种推进剂液雾的空间分布具有决定性作用,是比较重要的一个雾化特性参数。Heister<sup>[7]</sup>和 Boettcher 等<sup>[8]</sup>分别给出了两种不同形式的雾化角预测公式。刘昌波<sup>[9]</sup>和王凯等<sup>[10]</sup>对液膜/液束撞击形式的针栓喷注器雾化破碎过程进行了高分辨率的仿真研究。Ninish 等<sup>[11]</sup>和 Cheng<sup>[12]</sup>对多种工况下的雾化角和液滴粒径开展了试验研究及理论预测。李进贤等<sup>[13]</sup>、张连博等<sup>[14]</sup>和 Fang 等<sup>[15]</sup>数值模拟了针栓式喷注器的燃烧场温度分布。Kim 等<sup>[16]</sup>和 Sakakiv 等<sup>[17]</sup>分别开展了喷注单元的点火特性和燃烧特性试验研究。

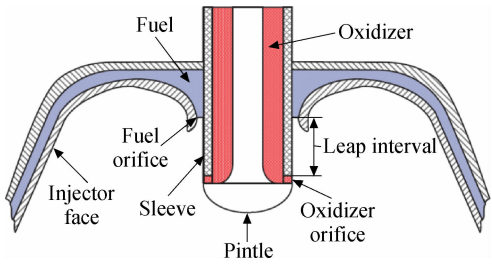


图 1 针栓式喷注器结构的原理图  
Fig. 1 Principle diagram of pintle injector structure

以上这些研究大都属于常规的喷雾研究,与其他不同类型的喷嘴研究的手段方法和关注点并无显著差别。然而针栓式喷注器与其他典型的喷注器存在显著不同,其他喷注器一般由许多撞击式喷嘴或同轴式喷嘴组成,而针栓式喷注器燃烧室仅存在一个伸入的喷嘴,形成大的喷雾锥结构,且燃烧状态下针栓头下游流场中存在大的回流区,该回流区携带大量热燃气回流至针栓头附近。如果设计不合适,很容易造成针栓头烧蚀,这也成为阻碍针栓式喷注器研制的一大难题。为了解决针栓式喷注器针栓头的烧蚀问题,目前工程上使用较多的有效方法主要有两种:一种是被动热防护,即针栓头采用如铌钨合金等耐高温的材料制成或者喷涂耐高温抗氧化涂层,然而这种方式受材料极限温度限制,单独使用该方式多数情况下仍难以抵抗高热流的冲刷烧蚀。另一种是主动热防护,即通过在针栓头上开孔,将中心一路的推进剂从头部喷出实现主动冷却,为了促使喷出的推进剂能较好雾化,常采用的主动冷却孔形式有直流小孔<sup>[18]</sup>、自击式喷嘴<sup>[19]</sup>、小离心式喷嘴<sup>[20]</sup>等。一方面的作用是,主动冷却孔喷出的射流可将回流区推离针栓头一定距离,减弱热燃气回流强度;另一方面喷出的射流雾化后可改变针栓头下游区域混合比,使其偏离当量混合比,从而降低该区域燃烧场的温度。然而主动冷却额外使用了一种推进剂,会降低总体燃烧效率,且难以适应大范围变推要求。这是因为在变推力工况下,主动冷却孔面积不可调,与变推力工况下推进剂主路喷注面积可调不匹配,导致低工况下主动冷却孔路分配的流量占比显著增大,相比之下对应的燃烧效率也明显降低,且变比越大,低工况下这种效应越显著。因此,主动冷却方式具有良好的针栓头防护效果,适合用于固定推力或推力变比不大的情况下。Brunno 等在研究 LOX(液氧)/LCH<sub>4</sub>(液态甲烷)针栓喷注器几何结构对燃烧的影响时就选用了直流孔主动冷却方式,用中心氧化剂路 10% 的流量实现了固定结构工况下针栓头的有效热防护<sup>[18]</sup>。然而在工程研制的发动机 5:1 变工况下,主动冷却路流量占比将超过 30% 以上,这对燃烧效率的影响很大,这还仅仅是针栓头的冷却,可见该方式不太适用于大范围变推力针栓喷注器。

为了解决该问题,工程上常将被动热防护和主动热防护结合使用可拓展其应用范围,然而额外的推进剂消耗降低燃烧效率的问题是不可避免的。阿波罗登月舱下降发动机(LMDE)和我国的

7500 N 发动机均未采用主动冷却,表明依靠合理设计组织喷雾场完全可以防止针栓头烧蚀。针对以上问题,本文根据前期针栓式喷注器喷雾场特征的研究,提出一种通过合理组织并利用针栓喷注器液膜下漏率来实现针栓头冷却的方案,并结合耐高温合金针栓头,可实现针栓头可靠热防护。在针栓式喷注器中,轴向环形液膜与径向液束撞击后绕径向液束形成分叉流动,从而形成一定的液膜下漏流量,合理的设计并利用这部分下漏流量可达到主动冷却孔类似的效果,然而不用额外消耗推进剂,且在变工况过程中,下漏流量也会随着主路推进剂一起调节变化,故具有较好的大范围变推力流量匹配特性。如果下漏率偏小,容易引起针栓头烧蚀;如果下漏率偏大,过多的液膜下漏会引起雾化效果变差,影响燃烧效率。因此,在设计针栓喷注器时,合理设计并准确预估下漏流量占原轴向液膜流量的比例(即下漏率)是研究如何提高针栓头抗烧蚀能力的关键。

于是本文以准确预估下漏率为切入点,以平面针栓多喷注单元为研究对象,基于前期对针栓喷注单元喷雾场结构的认识,首先针对径向圆孔液束,通过理论推导建立液膜液束各自变形的相对变形量模型;接着建立考虑液膜液束变形的实际阻塞率模型;然后考虑多喷注单元间的相互影响获得下漏率模型;最后通过试验及数值仿真对上述模型进行多参数充分验证,并给出模型中的常系数供工程设计预估使用,这对从设计初期就考虑针栓头的热防护问题具有重要的指导意义。

## 1 数学物理建模过程

### 1.1 采用的数值方法

#### 1.1.1 流动控制方程

对于喷雾计算过程来说,数值求解气液两种流体均采用的是不可压缩的、变密度的、带有表面张力的 N-S(Navier-Stokes)方程。

连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \int_{S(x)} \sigma \kappa \mathbf{n} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dS \quad (2)$$

式中  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  是流场中流体速度,  $\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$  是流体的密度,  $p = p(\mathbf{x}, t)$  是流场中的压力。

另外,为了分别识别两路液体的变形运动过程,定义了两种液相体积分数进行两种推进剂的分别追踪计算,对应得到的流体密度和动力黏度为

$$\rho = \alpha_1 \rho_{l1} + \alpha_2 \rho_{l2} + (1 - \alpha_1 - \alpha_2) \rho_g \quad (3)$$

$$\mu = \alpha_1 \mu_{l1} + \alpha_2 \mu_{l2} + (1 - \alpha_1 - \alpha_2) \mu_g \quad (4)$$

每一相液体对应的体积分数输运方程为

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (5)$$

1.1.2 气液相界面捕捉及表面张力

气液相界面进行捕捉采用两相流计算中最为常用的 VOF (volume of fluid) 方法,该方法具有较好的守恒特性<sup>[21]</sup>,且气液相界面重构精度较高<sup>[22]</sup>。液体表面张力的计算采用常用的 CSF (continuum surface force) 方法,该方法是通过在式(2)的动量方程中加入体积力源项来实现<sup>[23]</sup>。计算中的表面张力具体按照下式来进行计算:

$$F_\sigma = \sigma \frac{2\rho\kappa \nabla\alpha}{\rho_l + \rho_g} \quad (6)$$

式中的曲率计算公式为  $\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla\alpha}{|\nabla\alpha|}$ 。

1.2 计算域模型

在针栓式喷注器下漏率的计算模型中选取 3 个完全相同的喷注单元作为研究对象,使用商业软件 Fluent 进行计算。计算域模型如图 2 所示。两路液体均采用速度入口边界,计算域两侧为对称面边界,计算中壁面均为无滑移边界,其余面为压力出口边界,背压设置为大气环境。计算中选用的介质为空气和水,采用标准的  $k-\epsilon$  湍流模型和标准壁面函数<sup>[23]</sup>。计算域网格划分采用 880 万全结构化网格,对撞击点及液膜流动区域进行加密处理,最小网格尺寸达到约  $30\ \mu\text{m}$ ,时间步长达到  $10^{-4}\ \text{ms}$  量级,这样可以快速收敛,进而更好地捕捉相界面和统计下漏流量。

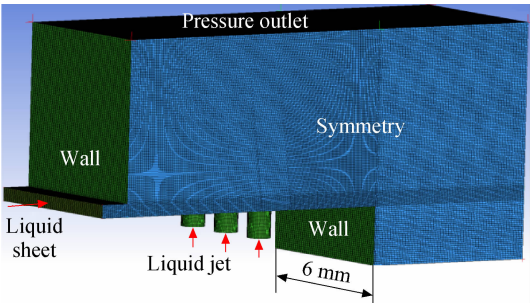


图 2 多喷注单元计算域模型

Fig. 2 Calculation domain model of multi-injector unit

2 多喷注单元试验装置及试验测量系统

2.1 多喷注单元试验装置

冷态试验的喷注器设计借用了文献[17]中平面针栓式喷注单元的设计理念,采用喷嘴结构可更换的方案设计了平面针栓多喷注单元试验装置。平面针栓多喷注单元由一个可更换的液膜生成部分和一个可更换的多液束生成部分组成,试验件如图 3 所示,图 3 中  $d$  为径向液束孔直径,  $l$  为相邻径向孔间距,阻塞率(blocking factor, BF)的量符号记为  $C_{BF}$ 。液膜生成部分可以产生一定厚度的平面液膜来模拟轴向液膜路,平面液膜足够宽,设计中多孔喷注单元选取液膜宽度为 20 mm;液束生成部分可以产生一定孔型型面和一定尺寸的射流。试验中液膜和液束两路单独供应,通过分别改变液膜和液束两路流量及更换不同结构尺寸的液膜和液束构件,从而形成不同的工况。另外,原则上采用 3 个喷注孔即可模拟多喷注单元间的相互影响,然而试验件中液束构件采用了 9 个径向孔,这主要是为了增加展向宽度,便于下漏流量收集,同时也为了提高试验中流量控制及下漏流量收集测量精度。

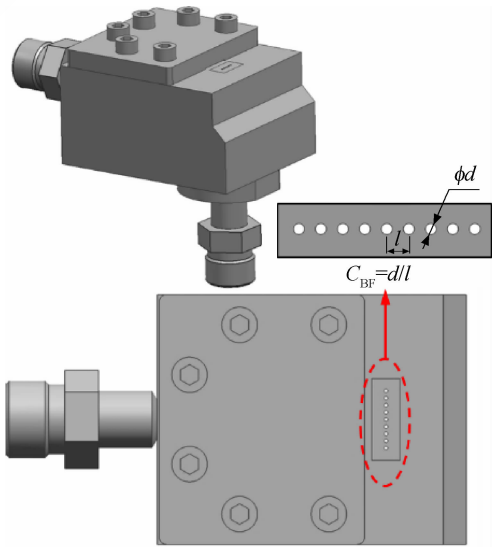


图 3 液液平面针栓多喷注单元试验件结构

Fig. 3 Structure of liquid-liquid plane pintle multi-injector unit experimental piece

2.2 试验测量系统

试验系统简图如图 4 所示,下漏流量采用在喷嘴下方采用容器收集的方案,试验中使用工装

严格定位收集容器的位置,具体收集的喷雾场下漏区域与数值仿真统计的方式一致,详见文中第 4 节。在喷雾场达到稳定状态时,通过收集一定时间的液体进行称重来获得收集的流量。试验中分别对比了收集 30、40、50、60 s 和 90 s 的结果,分析发现收集时间超过 50 s 以上,换算得到的收集流量相差不多,相对误差 5% 以内,收集 30 s 的结果与其有较明显差别,故试验中统一选取收集 60 s 进行试验,且对于每个工况重复收集 2~3 次,取试验平均值进行统计分析获得下漏流量。

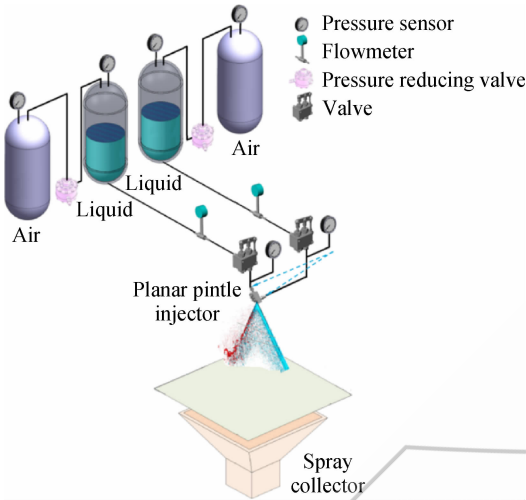


图 4 下漏流量收集试验系统

Fig. 4 Collection experiment system for leakage mass flow rate of leakage

2.3 试验数据处理

通过收集一定时间  $t$  内的液体,并称重得到其质量为  $m$ ,然而试验中轴向液膜是具有一定宽度的,边缘处存在无效撞击液膜,直接无法测得有效的下漏流量。假设液膜在整个  $W=20\text{ mm}$  宽度内均匀,考虑到两侧的边缘效应,统计时通过换算去除两侧的影响,如图 5 所示,试验件选用 9 孔

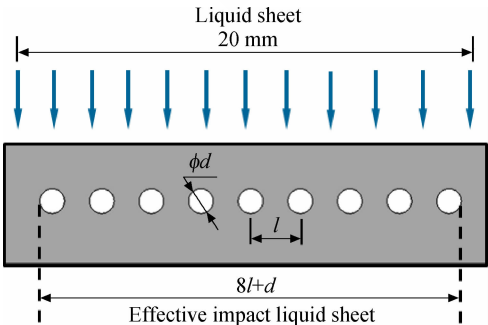


图 5 下漏流量换算示意图

Fig. 5 Schematic diagram of converted leakage mass flow rate

也是为了降低边缘效应的影响。于是有效下漏流量为  $8l+d$  宽度范围内的流量,换算得到的下漏率计算公式为

$$C_{\text{leak}} = \frac{\frac{m}{t} - \dot{m}_{\text{sheet}} \cdot \frac{W - 8l - d}{W}}{\dot{m}_{\text{sheet}} \cdot \frac{8l + d}{W}} \tag{7}$$

其中  $\dot{m}_{\text{sheet}}$  为轴向液膜路的实测流量,即流量计测得的数据。通过式(7)可换算得到下漏率。

3 理论建模分析

3.1 下漏率基本定义及相关分析

对于轴向液膜与径向液束撞击的针栓式喷注器,液膜与液束撞击后部分液膜绕过液束会从相邻液束孔之间下漏,形成液膜下漏流量。下漏过程示意如图 6 所示,根据图 6 中关系可以得到液膜下漏流量为

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\text{leak}} &= \rho_1 u_1 (l - w) h = \rho_1 u_1 h d \left( \frac{l}{d} - \frac{w}{d} \right) = \\ &\rho_1 u_1 h d \left( \frac{1}{C_{\text{BF}}} - \frac{w}{d} \right) \end{aligned} \tag{8}$$

其中  $\dot{m}_{\text{leak}}$  为轴向液膜的下漏流量,  $\rho_1$  为轴向路液体密度,  $u_1$  为轴向路液膜速度,  $h$  为轴向路液膜厚度,  $d$  为径向路液束直径,  $w$  为与液束发生有效撞击的液膜宽度,  $l$  为相邻径向孔间距,则对应的阻塞率为  $C_{\text{BF}} = \frac{d}{l}$ 。

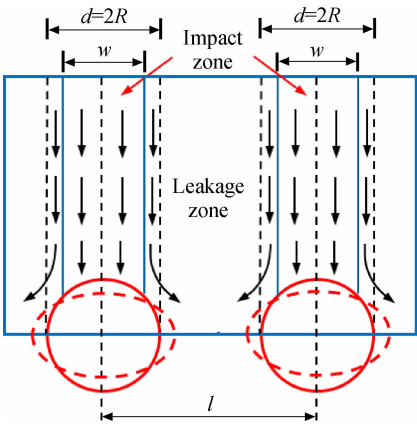


图 6 液膜/液束撞击下漏过程示意图

Fig. 6 Schematic diagram of leakage process of impact between liquid sheet and liquid jet

根据式(8)可得液膜下漏流量与轴向液膜总流量的比值,即液膜下漏率为

$$C_{\text{leak}} = \frac{\dot{m}_{\text{leak}}}{\dot{m}_1} = \frac{\rho_1 u_1 h (l - w)}{\rho_1 u_1 h l} =$$

$$1 - \frac{d}{l} \cdot \frac{w}{d} = 1 - C_{BF} \cdot \frac{w}{d} \tag{9}$$

从式(9)可以看出下漏率与阻塞率  $C_{BF}$  和  $\frac{w}{d}$

有关,一旦确定了阻塞率  $C_{BF}$  和  $\frac{w}{d}$ ,便可预估出液膜下漏率。

然而式(9)是建立在液束不变形情况下的,实际中液束受撞击后会发生变形,如图 6 中虚线所示。随着撞击过程中液束的展向变形增大,更多的液膜流量被液束撞击带离轴向,实际液膜下漏流量及下漏率会较式(8)和式(9)预估的偏小,且液束变形越大,偏小程度越大。该影响主要体现在阻塞率上,由于液束的变形,展向宽度增加,实际阻塞率  $C'_{BF}$  比几何阻塞率  $C_{BF}$  更大。

用实际阻塞率替换式(9)中的几何阻塞率可得到考虑液束变形的下漏率预估模型

$$C_{leak} = 1 - C'_{BF} \cdot \frac{w}{d} = 1 - C_{BF} \cdot \frac{d'}{d} \cdot \frac{w}{d} \tag{10}$$

其中实际阻塞率  $C'_{BF} = \frac{d'}{l}$ ,  $d'$  为液束变形后的展向宽度(即长轴直径)。可以发现,  $d'/d$  描述的是液膜/液束撞击过程中液束的变形,  $w/d$  描述的是液膜/液束撞击绕流过程中液膜的变形。

从式(10)可以看出下漏率除了与阻塞率  $C_{BF}$  和  $w/d$  有关外,还与  $d'/d$  有关。一旦确定了阻塞率  $C_{BF}$  和液膜液束相对变形参数 ( $d'/d$  和  $w/d$ ),便可预估出实际液膜下漏率。

3.2 液膜相对变形量模型

根据文献[24]中已建立的雾化角模型  $\cos\theta = \frac{1}{C_1 + C_2 \cdot C_{MR,eff}}$ ,展开近似分析,此处有效动量比 (momentum ratio, MR) 的量符号记为  $C_{MR,eff}$ 。对于准确计算的实际有效撞击动量比,雾化角模型中  $C_1$  和  $C_2$  近似为 1,这由液膜撞击液膜的雾化角结果可以得到。然而对于液膜撞击液束,实际

的有效撞击动量比为  $C'_{MR,eff} = \frac{\rho_2 u_2^2 \pi \frac{d^2}{4}}{\rho_1 u_1^2 h w}$ ,其中  $\rho_2$

为轴向路液体密度,  $u_2$  为轴向路液膜速度,而  $w$  未知,故在液膜撞击液束雾化角模型中假设

$w = d$ ,定义有效动量比  $C_{MR,eff} = \frac{\rho_2 u_2^2 \pi \frac{d^2}{4}}{\rho_1 u_1^2 h d}$ ,再通过

变形因子  $C_1$  和  $C_2$  来修正  $w \neq d$  的差别。此处为了预估下漏率,需要计算  $w/d$ ,因此通过上述分

析可得到雾化角关系式

$$\cos\theta \approx \frac{1}{1 + C'_{MR,eff}} \approx \frac{1}{1 + C_{MR,eff} \cdot \frac{d}{w}} \tag{11}$$

从式(11)分析可以看出,  $w/d$  主要与动量比有关,即  $w/d = f(C_{MR,eff})$ 。根据式(11)将试验测得的雾化角与有效动量比进行换算处理,可获得  $w/d$  随有效动量比的变化规律,如图 7 所示。采用最小二乘法对试验数据拟合可得到  $w/d$  与  $C_{MR,eff}$  的关系式为

$$\frac{w}{d} \propto \frac{1}{C_{MR,eff}^{d_1}} \tag{12}$$

式中常数如图 7 所示。

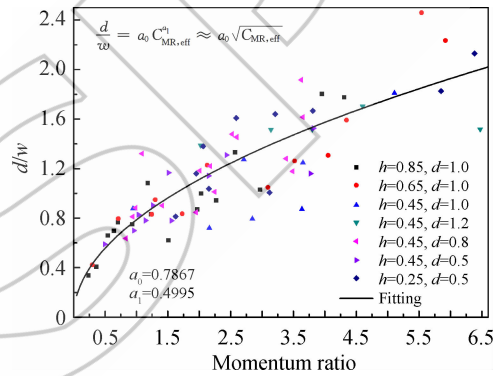


图 7 试验获得的  $d/w$  随有效动量比的变化规律

Fig.7 Variation law of  $d/w$  with effective momentum ratio in experiment

从图 7 可以看出,  $d/w$  随有效动量比的增大而增大;有效动量比较小 ( $C_{MR,eff} < 1$ ) 时,  $d/w$  随有效动量比增大较快,即  $w$  减小较快;有效动量比较大 ( $C_{MR,eff} > 1$ ) 时,  $d/w$  随有效动量比增大减慢,即  $w$  减小减慢;有效动量比越大,  $w$  减小的越慢。可以这样解释,动量比较小时,液束动量相对小,更容易变形,使得  $w > d$  或  $w \approx d$ ,实际有效动量比偏小,雾化角也偏小,同时液束惯性小,  $w$  随有效动量比变化也较快;动量比较大时,液束动量相对较大,变形相对较小,使得  $w \approx d$  或  $w < d$ ,实际有效动量比偏大,雾化角也偏大,同时液束惯性大,  $w$  随有效动量比变化较慢。另外,雾化角偏小/偏大的情况也与雾化角试验结果变化的情况一致。极限情况下,有效动量比趋近于无穷大时,液束变成固体圆柱,被带离轴向的液膜宽度  $w$  变为零,液膜全部绕过液束流动,即圆柱绕流,与实际物理过程一致。

从图 7 也可以看到,有效动量比较小 ( $C_{MR,eff} < 1.5$ ) 时,拟合曲线和试验数据点的吻合

较好;有效动量比较大时,试验数据点的散差较大,这主要是由于试验数据点  $d/w$  是通过反算间接得到的,由式(11)可以看到雾化角与有效动量比是非线性关系,在有效动量比较小时,雾化角随有效动量比的变化很显著,雾化角的误差传递效应不明显,而有效动量比较大时,雾化角随有效动量比的变化越来越平缓,这使得反算  $d/w$  过程中雾化角微小的偏差便可被式(11)放大,导致间接得到的试验数据点散差较大。图 7 是根据大量试验数据点拟合得到的,虽然有效动量比较大时的散差较大,但可以看到试验数据点大多分布于拟合曲线两侧附近,两侧分布也较均匀,且是较小有效动量比时拟合曲线的延伸,因此可以较好地描述  $w/d$  与  $C_{MR,eff}$  的关系。

$d/w$  的试验数据仅能够通过间接换算,试验点存在较大散差,为了进一步对拟合结果进行验证,开展数值仿真计算直接获取  $d/w$ 。仿真数据从添加流线的体积分数云图上采用绕流流线追溯方式近似测量获得,如图 8 所示,获得的  $d/w$  数据随  $C_{MR,eff}$  变化的曲线如图 9 所示。从图 9 可看

到仿真结果与式(12)基本吻合,数据点散差较小;在有效动量比较大时,仿真结果比式(12)预测值偏低一些。通过数值仿真结果与试验拟合曲线对比验证,一定程度上可以表明用式(12)来描述  $w/d$  与  $C_{MR,eff}$  的关系具有较好的准确性。

3.3 液束相对变形量模型

液束受到液膜撞击后会变形,图 10 为仿真计算的液束根部横截面的变形过程,从径向孔刚出来  $z=0\text{ m}$  到液膜上边缘处  $z=h$  的多个横截面形状可以看出,液束受到液膜挤压和剪切双重作用后从两侧开始变形,圆截面被压扁,展向宽度逐渐增加,液束的撞击前缘在液膜正压和剪切作用下向下游移动,而后缘在液膜厚度范围内几乎未移动,从图 11 所示的液膜与液束撞击变形纵切面云图可以更清楚地看出这一点。因此,可以假设液束根部横截面受到液膜撞击作用后由圆形变成椭圆形,液束后缘位置保持不变,展向宽度  $d'$  增加(即为椭圆的长轴),短轴可根据如图 12 所示的几何关系计算得到为  $d-h/\tan\theta$ ,同时可假设液束流速大小保持不变,仅速度方向发生改变。

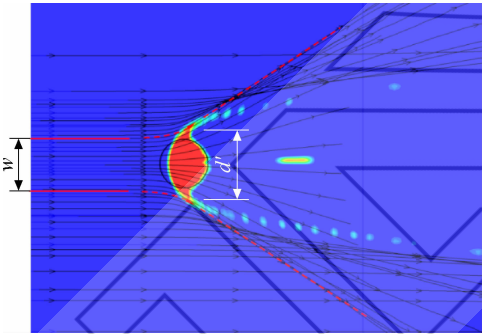


图 8 添加流线的体积分数云图

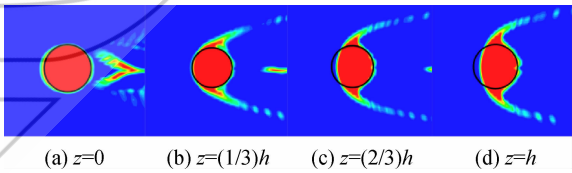


图 10 液束根部横截面变形过程

Fig. 10 Deformation process of cross section at root of liquid jet

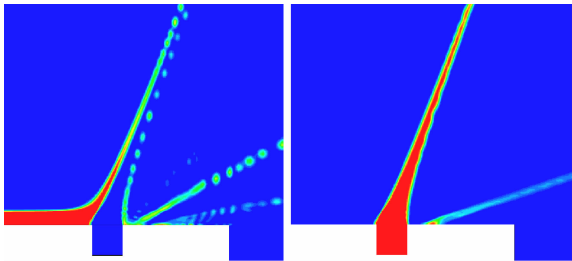


图 11 液膜与液束撞击变形过程纵切面云图

Fig. 11 Cloud of longitudinal section of impact deformation process between liquid sheet and liquid jet

对于液束两个横截面,根据质量守恒可得

$$\rho_2 u_2 \frac{\pi d^2}{4} = \rho_2 u_2 \sin\theta' \frac{\pi (d - h/\tan\theta) d'}{4}$$

(13)

其中  $\theta'=(\theta+\pi/2)/2$  表示撞击后液束中心速度

Fig. 8 Volume fraction cloud of added streamline

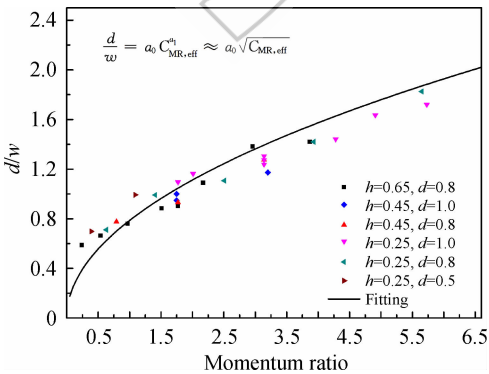


图 9 数值仿真结果与试验拟合曲线对比

Fig. 9 Comparison between numerical simulation results and experimental fitting curve

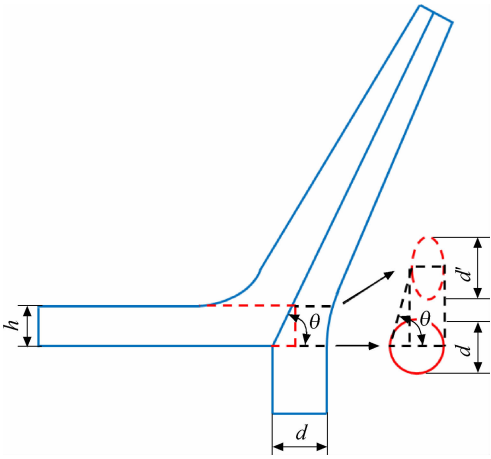


图 12 液束根部变形过程模型示意图  
Fig. 12 Schematic diagram of deformation process model at root of liquid jet

方向为前后缘角度的平均值。

由式(13)可得

$$\frac{d'}{d} = \frac{d/\sin\theta'}{d - h/\tan\theta} = \frac{1}{\sin\theta' \left(1 - \frac{h/d}{\tan\theta}\right)} \quad (14)$$

对于式(14), $d'$ 随着雾化角的增大而减小,液束变形量减小;当有效动量比趋于无穷大时,雾化角趋于 $\pi/2$ , $d'$ 趋于 $d$ ,这与实际也一致。总之,虽然实际的液束根部横截面变形后不是严格的椭圆形,与式(14)模型存在一定的差异,式(14)将变形后的横截面当作椭圆处理,低估了变形量 $d'/d$ ,但式(14)可以近似反映液束的相对变形 $d'/d$ 与液膜/液束几何特征参数 $h/d$ 和有效动量比有关,可以近似地描述 $d'/d$ 与 $h/d$ 及 $C_{MR,eff}$ 的关系。

针对上述液束相对变形模型,从仿真计算的体积分数云图上使用 GetData 软件测量获取 $d'/d$ 数据,如图 8 所示,并将其与式(14)进行对比,得到如图 13 所示的不同 $h/d$ 下, $d'/d$ 随 $C_{MR,eff}$ 的变化规律。从图 13 中可以看到数值仿真结果与液束相对变形模型预测结果均随有效动量比的增大而减小,有效动量比较小时变化较快,当有效动量比大于 5.0 时,变化很小, $d'/d$ 均逐渐趋于 1.0;在数值仿真的工况范围内,两者最大相对误差为 20%。另外,可发现当有效动量比大于 1.0 时,不同 $h/d$ 下的模型预测值均小于数值仿真结果,与上述的分析一致;当有效动量比小于 1.0 时,模型预测值均大于数值仿真结果,且 $h/d$ 越大,模型预测值的偏大程度随有效动量比减小而增大,这主要是由于当有效动量比很小(小于 1.0)时,液束后缘在液膜厚度范围内向后移动显著,使得式(14)模型的假设不成立,模型会低估椭圆的短轴

$d - h/\tan\theta$ ,进而高估液束变形量 $d'/d$ 。根据液膜液束撞击区域控制体微团受力分析,如图 14 所示,假设液束根部受到液膜撞击的均布力载荷,其大小与液膜的动量成正比,即为 $q = \frac{\pi}{8} \cdot \rho_1 u_1^2 d$ ,液束微团受作用时间为 $h/u_2$ ,由牛顿第二定律可得,液束微团获得的轴向加速度为 $\frac{\rho_1 u_1^2}{2\rho_2 d}$ ,则液束微团质心的位移为 $\frac{\rho_1 u_1^2 h^2}{4\rho_2 u_2^2 d} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{h}{C_{MR,eff}}$ ,考虑到液束微团前后缘变形不一致,后缘变形小,故可近似认为后缘变形位移量为质心位移量的一半,即可得到液束后缘在液膜厚度范围内的位移量为 $\frac{\pi}{32} \cdot$

$\frac{h}{C_{MR,eff}}$ ,可以看到随着有效动量比的增大,后缘位移量会快速减小,这与根据数值仿真拟合结果也比较接近,最终可得到液束的相对变形量为

$$\frac{d'}{d} = \frac{1}{\sin\theta' \left(1 - \frac{h/d}{\tan\theta} + \frac{\pi}{32} \cdot \frac{h/d}{C_{MR,eff}}\right)} \quad (15)$$

根据式(15)可对有效动量比很小时的情况做一定的修正。

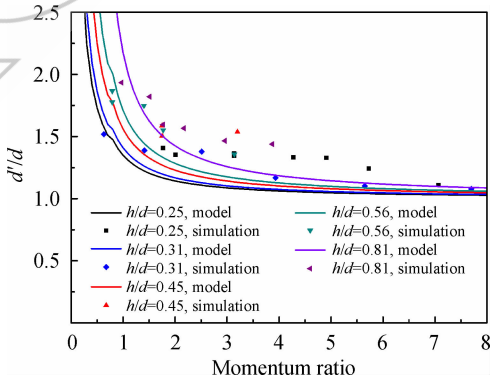


图 13 不同 $h/d$ 条件下 $d'/d$ 随有效动量比的变化  
Fig. 13 Variation of  $d'/d$  with effective momentum ratio under different  $h/d$  conditions

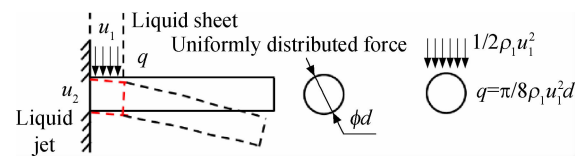


图 14 液膜撞击液束根部受力变形分析  
Fig. 14 Analysis of force and deformation for liquid sheet impacting root of liquid jet

3.4 实际阻塞率模型及下漏率模型

上述液束相对变形模型是在分析数值仿真结

果的基础上进行简化假设获得的,主要是为了获得影响变形量的主要因素及大致影响规律。将式(14)或式(15)代入实际阻塞率表达式中,可得到实际阻塞率模型

$$C'_{\text{BF}} = \frac{d'}{l} = C_{\text{BF}} \frac{d'}{d} = C_{\text{BF}} \frac{1}{\sin\theta' \left(1 - \frac{h/d}{\tan\theta}\right)}$$

(16)

$$C'_{\text{BF}} = C_{\text{BF}} \frac{1}{\sin\theta' \left(1 - \frac{h/d}{\tan\theta} + \frac{\pi}{32} \cdot \frac{h/d}{C_{\text{MR,eff}}}\right)}$$

(17)

基于式(12)描述的液膜变形及式(14)描述的液束变形,将其变形量代入式(10)中可得,( $C_0$  为常系数)

$$C_{\text{leak}} = 1 - C_0 \cdot C_{\text{BF}} \cdot \frac{1}{\sin\theta' \left(1 - \frac{h/d}{\tan\theta}\right)} \cdot \frac{1}{C_{\text{MR,eff}}^{a_1}}$$

(18)

另外,考虑到相邻喷注单元之间的相互影响,引入相互影响系数来表征实际相互影响下的液束相对变形量与单个单元的比值,并假设其随孔边距( $l-d$ )的增大而增大,取值范围为 0~1,即

表 1 不同动量比下的工况参数表( $C_{\text{BF}}=0.4$ )

Table 1 Working condition parameters under different momentum ratios ( $C_{\text{BF}}=0.4$ )

| 参数         | 动量比  |      |      |      |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|            | 1.40 | 2.48 | 5.59 | 0.79 | 2.18 | 3.14 | 4.28 | 2.01 |
| 轴向速度/(m/s) | 15   | 15   | 15   | 20   | 20   | 20   | 20   | 25   |
| 径向速度/(m/s) | 15   | 20   | 30   | 15   | 25   | 30   | 35   | 30   |

表 2 不同动量比下的工况参数表( $C_{\text{BF}}=0.5$ )

Table 2 Working condition parameters under different momentum ratios ( $C_{\text{BF}}=0.5$ )

| 参数         | 动量比  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|            | 1.75 | 3.10 | 4.85 | 0.98 | 2.73 | 3.93 | 5.35 | 1.12 | 2.51 | 3.42 |
| 轴向速度/(m/s) | 15   | 15   | 15   | 20   | 20   | 20   | 20   | 25   | 25   | 25   |
| 径向速度/(m/s) | 15   | 20   | 25   | 15   | 25   | 30   | 35   | 20   | 30   | 35   |

根据数值仿真结果获取下漏流量及下漏率的示意图如图 15 所示,提取与轴向夹角为  $\alpha=10^\circ$  范围内的轴向液膜流量认为是下漏流量。为了减小采样误差,分别选择 6 个横截面位置作为采样截面,即  $X_0$ 、 $X_1$ 、 $X_2$ 、 $X_3$ 、 $X_4$  和  $X_5$ ,其中  $X_0$  为径向圆柱液束中心所在截面位置,其余位置依次间隔 1 mm。这里选取  $\alpha=10^\circ$  夹角范围是根据液膜下漏后的流场结构确定的,且这样选取才可使得 6

$$C_1 = \frac{(d'/d)_{\text{real}} - 1}{d'/d - 1} = 1 - e^{-\frac{l-d}{d}} = 1 - e^{1-\frac{1}{C_{\text{BF}}}}$$

(19)

使用式(19)对液束的变形量进行修正,液膜的变形量修正体现在指数  $a_1$  中。经修正后,式(18)变为

$$C_{\text{leak}} = 1 - C_0 \cdot C_{\text{BF}} \cdot \left\{ \left[ \frac{1}{\sin\theta' \left(1 - \frac{h/d}{\tan\theta}\right)} - 1 \right] \cdot [1 - e^{1-1/C_{\text{BF}}}] + 1 \right\} \cdot \frac{1}{C_{\text{MR,eff}}^{a_1}}$$

(20)

式(20)即为考虑多喷注单元间相互作用的液膜与液束撞击的下漏率模型。

4 模型验证与结果分析

下面针对上述下漏率模型开展不同有效动量比下的数值仿真算例验证。轴向液膜厚度为  $h=0.45\text{ mm}$ ,径向圆柱液束直径分别取  $d=0.8\text{ mm}$  和  $d=1.0\text{ mm}$ ,相邻孔中心间距均选取为  $l=2.0\text{ mm}$ ,此时对应的阻塞率分别为  $C_{\text{BF}}=0.4$  和  $C_{\text{BF}}=0.5$ ,具体的算例参数如表 1 和表 2 所示。

个采样截面的下漏流量接近相等,与  $X_0$  截面的下漏流量参考值相近。试验收集下漏流量使用工装严格定位收集容器的位置,收集的喷雾场区域与数值仿真完全一致,即与轴向夹角为  $10^\circ$  范围内的液体流量,如图 16 所示,通过统计分析得到对应的下漏率。

图 17 和图 18 分别为获取的不同有效动量比下的下漏率,分别对比了  $X_0$  截面的下漏率、6 个

截面的平均下漏率、试验测量下漏率、式(18)的下漏率模型及式(20)考虑喷注单元间相互影响的下漏率模型。式(18)模型中系数直接采用前文单喷注单元获得系数,即 $a_1=0.5$ , $C_0=1.27$ ,式(20)模型中系数根据数值仿真结果重新拟合获得, $a_1=0.18$ , $C_0=1.42$ 。从图 17 和图 18 中可以发现对于一定阻塞率结构的多喷注单元,数值仿真、试验测量和理论模型结果均表明下漏率随着有效动量比的增大而增大,增大趋势呈先快后缓的趋势,且下漏率均小于几何下漏率值,即 $1-C_{BF}=0.6$ 和 $1-C_{BF}=0.5$ ,仅在有效动量比很大( $>5.0\sim 6.0$ )时,下漏率才接近对应的几何下漏率 0.6 和 0.5。同时也可以看到,式(18)的下漏率模型与数值仿真结果趋势一致,但数值上相差较大,而考虑喷注单元间相互影响的修正模型与仿真结果吻合较好,表明式(20)的下漏率模型描述液膜液束撞击下漏率具较高的准确性。

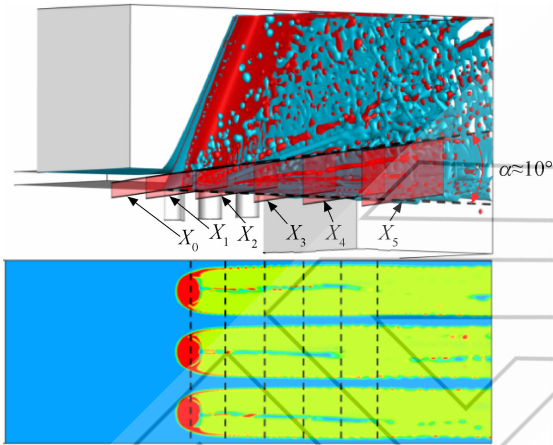


图 15 数值仿真结果获取下漏率示意图  
Fig. 15 Schematic diagram of leakage rate obtained from numerical simulation results

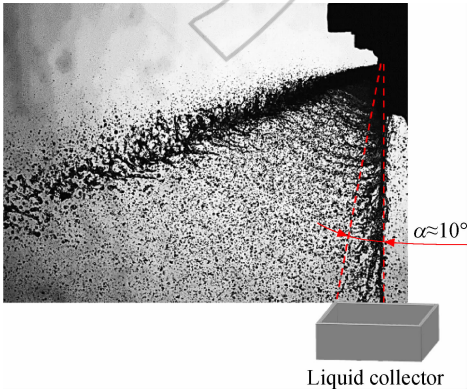


图 16 试验结果获取下漏率示意图  
Fig. 16 Schematic diagram of leakage rate obtained from experimental results

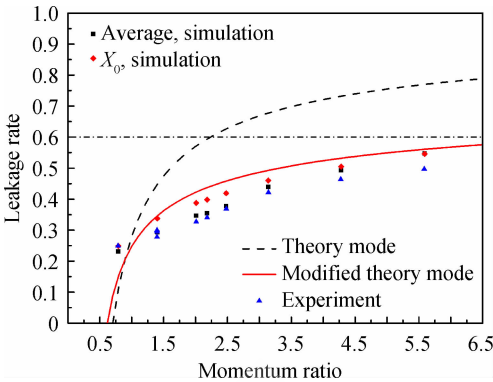


图 17 下漏率随有效动量比的变化规律( $C_{BF}=0.4$ )  
Fig. 17 Variation law of leakage rate with effective momentum ratio ( $C_{BF}=0.4$ )

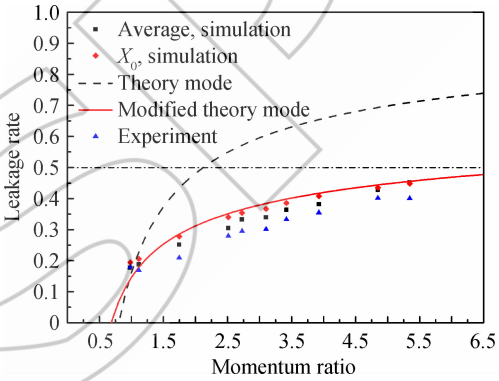


图 18 下漏率随有效动量比的变化规律( $C_{BF}=0.5$ )  
Fig. 18 Variation law of leakage rate with effective momentum ratio ( $C_{BF}=0.5$ )

另外,针对阻塞率为 0.4 的多喷注单元结构,数值仿真了相同有效动量比下,不同喷射速度的 3 个算例,对应的工况参数如表 3 所示。图 19 为获得 3 种不同喷射速度下的下漏率,可以发现数值仿真结果、试验结果与理论模型预测值吻合很好。在保证相同结构参数和有效动量比下,两者几乎均不随喷射速度的变化而变化,进一步表明了下漏率理论模型的准确性,揭示出液膜下漏率仅与表征流场结构及几何结构的无量纲参数有关,与喷射速度的绝对值无关。

表 3 不同喷射速度下的工况参数表  
( $h=0.45\text{ mm}$ , $d=0.8\text{ mm}$ , $C_{BF}=0.4$ )

Table 3 Working condition parameters under different injection speeds ( $h=0.45\text{ mm}$ , $d=0.8\text{ mm}$ , $C_{BF}=0.4$ )

| 参数         | 数值   |      |      |
|------------|------|------|------|
| 轴向速度/(m/s) | 15   | 25   | 35   |
| 径向速度/(m/s) | 15   | 25   | 35   |
| 动量比        | 1.40 | 1.40 | 1.40 |

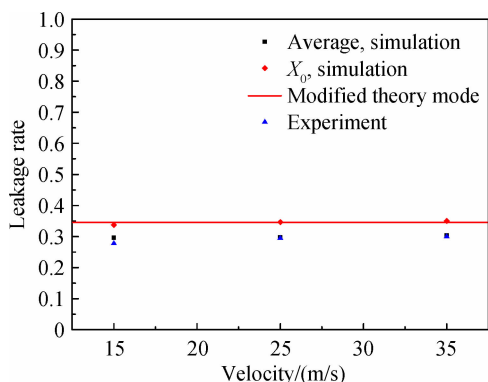


图 19 不同喷射速度下的下漏率( $C_{BF}=0.4$ )

Fig. 19 Leakage rate under different injection speeds  
( $C_{BF}=0.4$ )

## 5 结 论

为了对针栓式喷注器液膜下漏率进行准确预估,考虑液膜液束各自变形和多喷注单元间相互影响推导建立了液膜撞击液束的实际下漏率模型,并通过试验及数值仿真对模型进行了多参数充分验证。本文研究表明:

1) 通过理论近似分析发现膜束撞击中液膜的变形主要由绕流引起,与有效动量比有关,有效动量比越大,液膜相对变形越大;并通过最小二乘法将试验结果换算获得了液膜相对变形量与有效动量比的关系表达式及对应的常系数,与数值仿真结果吻合较好。

2) 数值仿真结果发现膜束相互作用下液束根部横截面前后缘位置移动不同步导致的横截面展向变宽是液束变形的主因,以此为依据提出合理假设,建立了液束相对变形的理论模型,发现其与无量纲参数  $h/d$  和有效动量比密切相关,理论模型预测结果与数值仿真结果趋势一致。

3) 基于液膜液束各自相对变形量模型,引入相互影响系数表征多喷注单元间相互影响,提出了实际阻塞率和实际下漏率模型,与数值仿真及试验结果符合较好;发现对于一定阻塞率的几何结构,结果均表明下漏率随着有效动量比的增大而增大,增大趋势呈先快后缓,且下漏率均小于几何下漏率值,这是由膜束变形导致的实际阻塞率比几何阻塞率更大造成的。

4) 在保证相同结构参数及有效动量比下,下漏率几乎不随喷射速度的变化而变化,揭示出液膜下漏率仅与模型中表征流场结构及几何结构的无量纲参数有关,与喷射速度的绝对值无关。

## 参考文献:

- [1] LEE S, KIM D, KOO J, et al. Spray characteristics of a pintle injector based on annular orifice area[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 167: 201-211.
- [2] ELVERUM G W, Jr, STAUDHAMMER P, et al. The descent engine for the lunar module[R]. Washington D C: the 3rd Propulsion Joint Specialist Conference, 1967.
- [3] GILROY R, SACKHEIM R. The lunar module descent engine a historical summary[R]. AIAA 89-2385, 1989.
- [4] 袁宇. 猎鹰火箭发动机设计特点[J]. 太空探索, 2017(7): 19-20.  
YUAN Yu. Design features of falcon rocket engine[J]. *Space Exploration*, 2017(7): 19-20. (in Chinese)
- [5] 张雪松. 猎鹰火箭的基础: 不断升级的梅林发动机[J]. 卫星与网络, 2017(6): 40-41.  
ZHANG Xuesong. Foundation of falcon rocket: upgrading Merlin engine[J]. *Satellite and Network*, 2017(6): 40-41. (in Chinese)
- [6] 安鹏, 姚世强, 王京丽, 等. 针栓式喷注器的特点及设计方法[J]. 导弹与航天运载技术, 2016(3): 50-54.  
AN Peng, YAO Shiqiang, WANG Jingli, et al. Characteristics and design of pintle injector[J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2016(3): 50-54. (in Chinese)
- [7] HEISTER S D. Pintle injectors, handbook of atomization and sprays: theory and applications[M]. New York: Springer, 2011: 647-655.
- [8] BOETTCHER P A, DAMAZO J S, SHEPHERD J E, et al. Visualization of transverse annular jets[R]. Minneapolis, Minnesota, USA: the 62nd Annual Meeting of the American Physical Society (APS) Division of Fluid Dynamic, 2009.
- [9] 刘昌波. 针栓式喷注器雾化特性的多尺度仿真研究[D]. 西安: 西安航天动力研究所, 2014.  
LIU Changbo. Multiscale simulations of primary atomization for the pintle injector[D]. Xi'an: Xi'an Aerospace Propulsion Institute, 2014. (in Chinese)
- [10] 王凯, 雷凡培, 杨岸龙, 等. 针栓式喷注单元膜束撞击雾化混合过程数值模拟[J]. 航空学报, 2020, 41(9): 123802. 1-123802. 15.  
WANG Kai, LEI Fanpei, YANG Anlong, et al. Numerical simulation on spray and mixing process of impingement between sheet and jet in pintle injector element[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2020, 41(9): 123802. 1-123802. 15. (in Chinese)
- [11] NINISH S, VAIDYANATHAN A, NANDAKUMAR K. Spray characteristics of liquid-liquid pintle injector[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2018, 97: 324-340.
- [12] 成鹏. 变推力火箭发动机喷雾燃烧动态过程研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2018.  
CHENG Peng. The dynamics of spray combustion in variable thrust rocket engines[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)
- [13] 李进贤, 岳春国, 侯晓, 等. 针栓式变推力火箭发动机内流

场数值仿真研究[J]. 计算机仿真, 2009, 26(8): 49-52, 88.

LI Jinxian, YUE Chunguo, HOU Xiao, et al. Numerical simulation of inner flow field of a pintle injector variable thrust rocket engine[J]. Computer Simulation, 2009, 26(8): 49-52, 88. (in Chinese)

[14] 张连博, 毛晓芳, 汪凤山, 等. 针栓喷注式 MMH/NTO 推力室燃烧及传热数值仿真[J]. 推进技术, 2015, 36(10): 1487-1494.

ZHANG Lianbo, MAO Xiaofang, WANG Fengshan, et al. Numerical simulation of pintle thruster combustion and heat transfer for MMH/NTO hypergolic bipropellant[J]. Journal of Propulsion Technology, 2015, 36(10): 1487-1494. (in Chinese)

[15] FANG X X, SHEN C B. Study on atomization and combustion characteristics of LOX/methane pintle injectors[J]. Acta Astronautica, 2017, 136: 369-379.

[16] KIM H, KANG H, KWON S. Liquid sheet-sheet impinging structure for pintle injector with nontoxic hypergolic bipropellant[J]. Journal of Propulsion and Power, 2019, 36(4): 1-6.

[17] SAKAKI K, KAKUDO H, NAKAYA S, et al. Combustion characteristics of ethanol/liquid-oxygen rocket-engine combustor with planar pintle injector[J]. Journal of Propulsion and Power, 2017, 33(2): 514-521.

[18] VASQUES B, HADIN O. Effect of pintle injector element geometry on combustion in a liquid oxygen/liquid methane rocket engine[R]. Gothenburg, Sweden; the 7th European Conference for Aeronautics and Aerospace Sciences (Eu-

cas), 2017.

[19] MUELLER T. Pintle injector tip with active cooling: US 7503511B2[P]. 2009-03-17.

[20] WOO S S. Pintle-swirl hybrid injection device: US 10018361B2[P]. 2018-07-10.

[21] 刘昌波, 周立新, 雷凡培. 雾化过程的数值模拟研究综述[J]. 火箭推进, 2014, 40(1): 10-17.

LIU Changbo, ZHOU Lixin, LEI Fanpei. Overview on numerical simulations of primary atomization[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2014, 40(1): 10-17. (in Chinese)

[22] 王凯, 杨国华, 李鹏飞, 等. 离心式喷嘴内部流动过程数值仿真分析[J]. 火箭推进, 2016, 42(4): 14-20.

WANG Kai, YANG Guohua, LI Pengfei, et al. Numerical simulation of internal flow process in pressure swirl injector[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2016, 42(4): 14-20. (in Chinese)

[23] 王凯, 雷凡培, 李鹏飞, 等. 壁面边界对撞击合成动量角的影响研究[J]. 推进技术, 2019, 40(10): 2288-2295.

WANG Kai, LEI Fanpei, LI Pengfei, et al. Effects of wall boundary on the resultant momentum angle of impinging jets[J]. Journal of Propulsion Technology, 2019, 40(10): 2288-2295. (in Chinese)

[24] 王凯, 雷凡培, 张波涛, 等. 针栓式喷注器单元雾化角模型分析研究[J]. 航空学报, 2020, 41(10): 123622. 1-123622. 15.

WANG Kai, LEI Fanpei, ZHANG Botao, et al. Study on spray angle model of pintle injector element[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(10): 123622. 1-123622. 15. (in Chinese)

(编辑: 王碧琚)